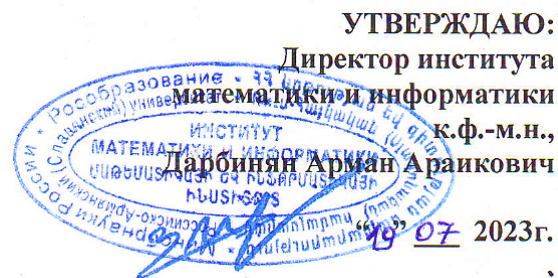


# ГОУ ВПО РОССИЙСКО-АРМЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Составлен в соответствии с государственными требованиями к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по направлению 01.04.02 Прикладная математика и информатика и Положением «Об УМКД РАУ».

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института  
математики и информатики  
к.ф.-м.н.,  
Дарбинян Арман Араикович  
07 2023г.



**Институт Математики и информатики**

**Кафедра: Математической кибернетики**

*Автор(ы): д.ф.-м.н., профессор Арутюнян Мариам Евгеньевна*

## ***УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС***

**Дисциплина: Б1.О.09 «Ассиметричные алгоритмы кодирования»**

**Направление: «Прикладная математика и информатика»  
01.04.02**

**Основная образовательная программа магистратуры:  
01.04.02 «Математическое и программное обеспечение защиты информации»**

**ЕРЕВАН**

- 1. Аннотация** Криптографические системы с открытым ключом в настоящее время широко применяются в различных сетевых протоколах, в частности, в протоколах TLS и его предшественнике SSL (лежащих в основе HTTPS), в SSH. Также используется в PGP, S/MIME. Вообще, в основу известных асимметричных криптосистем кладётся одна из сложных математических проблем, которая позволяет строить односторонние функции и функции-лазейки. Алгоритмы криптосистемы с открытым ключом можно использовать как самостоятельное средство для защиты передаваемой и хранимой информации, как средство распределения ключей (обычно с помощью алгоритмов криптосистем с открытым ключом распределяют ключи, малые по объёму, а саму передачу больших информационных потоков осуществляют с помощью других алгоритмов), как средство аутентификации пользователей.
- 2. Целью дисциплины** является ознакомление студентов с современными методами асимметричного шифрования, которые широко используются в различных областях защиты информации. Программа составлена на основе классических и современных учебников, а также результатов последних исследований. В содержание курса входит изучение различных видов асимметричного шифрования, в частности, на основе эллиптических кривых.

#### **Трудоёмкость дисциплины и виды учебной работы по учебному плану**

Виды учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам			
		1 сем.	2 сем.	3 сем.	4 сем.
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>		<b>5</b>	<b>6</b>
1.Общая трудоёмкость изучения дисциплины по семестрам, в т. ч.:	<b>144</b>	<b>144</b>			
1.1.Аудиторные занятия, в т. ч.:	<b>36</b>	<b>36</b>			
1.1.1.Лекции	<b>36</b>				
1.1.2.Лабораторные занятия					
1.1.3.Практические занятия					
3.Самостоятельная работа, в т. ч.:	<b>81</b>	<b>81</b>			
1. Контроль	<b>27</b>	<b>27</b>			
5. Кредиты	<b>4</b>	<b>4</b>			
6.Форма итогового контроля: Экзамен/Зачет	<b>экз.</b>	<b>экз.</b>			

##### 1.1. Распределение весов по модулям и формам контроля

2. Формы контролей	Веса форм текущих контролей в результирующих оценках текущих контролей			Веса форм промежуточных контролей в оценках промежуточных контролей			Веса оценок промежуточных контролей и результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей			Веса итоговых оценок промежуточных контролей в результирующей оценке промежуточных контролей	Веса результирующей оценки промежуточных контролей и оценки итогового контроля в результирующей оценке итогового контроля	
	M1 <sup>1</sup>	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3			
Вид учебной работы/контроля												
Контрольная работа						1						
Тест												
Курсовая работа												
Лабораторные работы												
Письменные домашние задания			1									
Реферат												
Эссе												
<i>Другие формы (Указать)</i>												
<i>Другие формы (Указать)</i>												
Веса результирующих оценок текущих контролей в итоговых оценках промежуточных контролей									0.4			
Веса оценок промежуточных контролей в итоговых оценках промежуточных контролей									0.6			
Вес итоговой оценки 1-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей												
Вес итоговой оценки 2-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей												
Вес итоговой оценки 3-го промежуточного контроля в результирующей оценке промежуточных контролей										1		
Вес результирующей оценки промежуточных контролей в результирующей оценке итогового контроля												0.4
Экзамен/зачет (оценка итогового контроля)												0.6 (Экзамен/Зачет)
	$\sum = 1$	$\sum = 1$	$\sum = 1$	$\sum = 1$	$\sum = 1$	$\sum = 1$	$\sum = 1$	$\sum = 1$	$\sum = 1$	$\sum = 1$	$\sum = 1$	$\sum = 1$

<sup>1</sup> Учебный Модуль

### 2.3.2. Распределение объема дисциплины по темам и видам учебной работы

Разделы и темы дисциплины	Всего (ак. часов)	Лекции (ак. часов)	Практ. занятия (ак. часов)	Семина- ры (ак. часов)	Лабор. (ак. часов)	Други е виды занят ий (ак. часов)
1	2=3+4+5+6+ 7	3	4	5	6	7
Ассиметричные алгоритмы кодирования						
<b>Раздел 1. Введение</b>						
Тема 1. Математическая модель асимметричной системы	2	2				
Тема 2. Методы теории чисел применяемые в криптографии	2	2				
Тема 3. Модулярная арифметика в применении	2		2			
Тема 4. Сравнения первой степени	2	2				
<b>Раздел 2. Классические асимметричные шифры</b>						
Тема 5. Экспоненциальные шифры	2	2				
Тема 6. RSA	2		2			
Тема 7. DSA	2	2				
Решение прикладных задач	2		2			
<b>Раздел 3. Теория конечных полей</b>						
Тема 8. Группы, кольца, поля	2	2				
Тема 9. Поля Галуа	2		2			
Тема 10. Модулярная арифметика многочленов	2	2				

Решение прикладных задач	2		2			
<b>Раздел 4. Эллиптические кривые</b>						
Тема 11. Эллиптические кривые на $Z_p$	2	2				
Тема 12. Эллиптические кривые на $GF(2^m)$	2		2			
Тема 13. Ассиметричное шифрование с помощью эллиптических кривых	2	2				
Тема 14. Обмен ключами с помощью эллиптических кривых	2		2			
Тема 15. ECDSA	2		2			
Решение прикладных задач	2		2			
<b>ИТОГО</b>	<b>36</b>	<b>18</b>	<b>18</b>			

### 2.3.3 Содержание разделов и тем дисциплины

## *Ассиметричные алгоритмы кодирования*

### *Раздел 1. Введение*

#### **Тема 1. Математическая модель асимметричной системы**

Определение, виды, преимущества и недостатки асимметричных алгоритмов; описание основных компонентов математической модели; схемы шифрования и электронной подписи; односторонние функции и функции с секретом.

#### **Тема 2. Методы теории чисел применяемые в криптографии**

Алгоритм Эвклида, расширенный алгоритм Эвклида.

#### **Тема 3. Модулярная арифметика в применении**

Сравнимость чисел, свойства отношения сравнимости, класс вычетов по модулю, полная система вычетов.

#### **Тема 4. Сравнения первой степени**

Задача поиска решений сравнения первой степени, Китайская теорема, алгоритм решения системы сравнений.

## **Раздел 2. Классические асимметричные шифры**

### **Тема 5. Экспоненциальные шифры**

Функция Эйлера, теорема Эйлера, малая теорема Ферма, экспоненциальный шифр, обмен ключами.

### **Тема 6. RSA**

Вычислительная сложность задачи факторизации больших целых чисел, алгоритм шифрования, алгоритм дешифрования, алгоритм шифрования сеансового ключа, цифровая подпись, использование китайской теоремы об остатках для ускорения расшифрования.

### **Тема 7. DSA**

Алгоритм цифровой подписи с использованием открытого ключа, DSS стандарт цифровой подписи, криптографическая хеш функция.

## **Раздел 3. Теория конечных полей**

### **Тема 8. Группы, кольца, поля**

Определение алгебраической группы, периодической, абелевой группы, кольца, кольцо с единицей, область целостности, поля.

### **Тема 9. Поля Галуа**

Определение, арифметика многочленов, неприводимые многочлены.

### **Тема 10. Модулярная арифметика многочленов**

Наибольший общий делитель многочленов, классы вычетов по неприводимому многочлену, алгоритм Эвклида для многочленов.

## **Раздел 4. Эллиптические кривые**

### **Тема 11. Эллиптические кривые на $Z_p$**

Определение, свойства, геометрические кривые, сложение точек, кривые на  $Z_p$ , сложение, умножение точек.

### **Тема 12. Эллиптические кривые на $GF(2^m)$**

Определение, свойства, сложение, умножение точек.

### **Тема 13. Асимметричное шифрование с помощью эллиптических кривых**

Проблема дискретного логарифма для эллиптических кривых, схема шифрования.

## **Тема 14. Обмен ключами с помощью эллиптических кривых**

Система обмена ключами на основе эллиптических кривых

## **Тема 15. ECDSA**

Алгоритм с открытым ключом для создания цифровой подписи, аналогичный по своему строению DSA, но определённый, в отличие от него, не над кольцом целых чисел, а в группе точек эллиптической кривой, алгоритмы генерирования ключей, вычисления цифровой подписи.

Рекомендуемая литература:

1. W. Stallings, Cryptography and Network Security, Principles and Practice. 5<sup>th</sup> edition, Prentice Hall, USA, 2011.